**Première S — Informatique**

---

**Foyer d'une parabole**

---

## Enoncé

Le plan est rapporté à un repère orthonormal. On considère la fonction $f$ représentée par la parabole $\mathcal{P}$, et dont l'expression est : $f(x) = x^2$. On suppose que cette courbe modélise une antenne parabolique, vue en coupe. On se propose de démontrer une propriété essentielle de ces antennes, et plus généralement des paraboles.

1. Construction et conjecture
   a) A l'aide d'un logiciel adapté, tracer la courbe $\mathcal{P}$.
   $t$ est un nombre réel non nul; tracer le point $M$ sur $\mathcal{P}$ d'abscisse $t$, et la tangente $T$ à $\mathcal{P}$ en $M$.
   Tracer le point $B$, intersection de $T$ et de l'axe des ordonnées.
   b) Tracer la droite $d$, perpendiculaire à $T$, passant par $M$ (on l'appelle la droite normale à $\mathcal{P}$ en $M$).

   Appeler l'examinateur pour qu'il vérifie la construction de $\mathcal{P}$, $M$, $T$, $B$ et $d$.

   c) Un rayon (rayon lumineux, onde hertzienne. . . ) arrive d'une distance assimilable à l'infini, parallèlement à l'axe des ordonnées, et frappe la parabole en $M$ : c'est un *rayon incident*. Les lois de réflexion de Descartes montrent que le rayon est réfléchi symétriquement à la droite normale $d$.
   Tracer une droite symbolisant le rayon incident, puis tracer le rayon réfléchi.
   Tracer alors le point $F$, intersection du rayon réfléchi avec l'axe des ordonnées.
   d) Que peut-on dire du point $F$ lorsque le point $M$ varie sur la courbe ?

   Appeler l'examinateur pour lui présenter la figure construite et lui proposer une conjecture.

2. Démonstration
   a) Déterminer, en fonction de $t$, les coordonnées de $M$ et le nombre dérivé de $f$ en $t$. En déduire l'équation de la tangente à $\mathcal{P}$ en $M$ (les coefficients seront exprimés en fonction de $t$).
   b) Déterminer les coordonnées de $B$ en fonction de $t$.
   c) Déterminer les coordonnées de $F$, et conclure sur la propriété conjecturée.
   *Indication : on peut étudier, en justifiant le raisonnement, la nature du triangle $MFB$, puis utiliser une égalité de longueurs.*

---

## Production demandée

- Question 1
  - Visualisation à l'écran, et si possible impression de la figure demandée.
  - Rédaction de la conjecture relative au point $F$.
- Question 2
  - Calcul de l'équation de $T$ et des coordonnées de $M$ et $B$.
  - Calcul des coordonnées de $F$ et conclusion.