

# Activité Programmes de calcul

*D'après : L'algèbre et en particulier le calcul littéral de la 6<sup>e</sup> à la 2<sup>nde</sup>*

Voici deux programmes de calcul :

## Programme 1

- ❶ Choisis un nombre.
- ❷ Multiplie ce nombre par lui-même.
- ❸ Ajoute 35.
- ❹ Retranche le décuple du nombre de départ.
- ❺ Multiplie le résultat par le nombre de départ.
- ❻ Multiplie le résultat par le nombre de départ.
- ❼ Ajoute 24.
- ❽ Retranche le produit de 50 par le nombre de départ.

## Programme 2

- ❶ Choisis un nombre.
- ❷ Calcule le double de ce nombre.
- ❸ Ajoute 3.
- ❹ Multiplie le résultat par 0,5.
- ❺ Retranche 1,5.
- ❻ Retranche le nombre de départ.

- a) Appliquer les deux programmes de calcul en choisissant le nombre 1, puis le nombre 2, puis le nombre 3 et le nombre 4.
- b) Quelle conjecture peut-on faire ?
- c) Cette conjecture est-elle vraie ?

### Objectifs :

- Utiliser la lettre en tant que nombre généralisé.
- Introduire le calcul littéral comme outil de démonstration.
- Présenter la notion de contre-exemple comme moyen simple d'invalidier un résultat.

Le niveau Cinquième constitue le niveau fondamental pour l'introduction du calcul littéral. C'est là que vont se mettre en place les bases de l'algèbre. Il est primordial de commencer par travailler sur les concepts, la construction du sens, avant même d'aborder la technique. La lettre doit apparaître comme outil de preuve et de généralisation. La lettre en tant que nombre et le calcul littéral représentent un véritable saut conceptuel pour les jeunes collégiens et cela impose de prendre du temps. Des jalons devront être posés régulièrement sur toute l'année.

### Difficultés :

Celles inhérentes au calcul numérique, au vocabulaire « décuple », « retrancher », souvent interprété comme division (la dernière étape du programme 1 est particulièrement difficile), mais ensuite celles liées au saut conceptuel lors du passage au calcul littéral.

### Gestion :

Une lecture collective de l'énoncé est faite avec explicitation de certains mots. Un travail individuel est démarré à la fin d'une séance et les calculs de la question a) sont à finir à la maison.

À la séance suivante, un travail par groupes de 3 ou 4 est proposé avec production d'une affiche ou d'un transparent. Un débat autour de ces réponses est mené par le professeur d'où se dégageront les résultats suivants :

- un contre-exemple invalide la conjecture établie pour le programme 1,
- quelques exemples ne suffisent pas à prouver ce qui est observé au programme 2.

Le professeur propose alors un nouvel outil : le calcul littéral qui prend ici tout son sens.

## Réponses :

### 1. Programme 1 :

$$(1 \times 1 + 35 - 10 \times 1) \times 1 \times 1 + 24 - 50 \times 1 = 0$$

$$(2 \times 2 + 35 - 10 \times 2) \times 2 \times 2 + 24 - 50 \times 2 = 0$$

$$(3 \times 3 + 35 - 10 \times 3) \times 3 \times 3 + 24 - 50 \times 3 = 0$$

$$(4 \times 4 + 35 - 10 \times 4) \times 4 \times 4 + 24 - 50 \times 4 = 0$$

### Programme 2 :

$$(1 \times 2 + 3) \times 0,5 - 1,5 - 1 = 0$$

$$(2 \times 2 + 3) \times 0,5 - 1,5 - 2 = 0$$

$$(3 \times 2 + 3) \times 0,5 - 1,5 - 3 = 0$$

$$(4 \times 2 + 3) \times 0,5 - 1,5 - 4 = 0$$

### 2. Conjecture : Les programmes 1 et 2 semblent donner tout le temps le résultat 0.

### 3. La remarque pour le programme 1 n'est pas toujours vraie ; il suffit de choisir le nombre 5, le résultat est alors 24.

Le programme 2 semble toujours vrai. Pour le prouver, appliquons le programme au nombre  $x$ .

$$(x \times 2 + 3) \times 0,5 - 1,5 - x = 0$$