Olympiades quatrième 2012
Éléments de correction

Toute trace de recherche sera prise en compte dans l'évaluation des copies ; toute argumentation correcte qu'elle soit de nature géométrique, calculatoire, dichotomique ou autre sera valorisée.

Exercice 1 : la grille infernale

1.

3	**11**	19
8	**16**	**24**
13	**21**	**29**

2. La somme des neuf nombres de la grille est **126.**
Elle est indépendante de a : la somme des nombres figurant dans la première colonne est le triple de 5, la somme des nombres figurant dans la troisième colonne est le triple de 23, et la somme des nombres figurant dans la deuxième colonne est la demi somme des sommes obtenues dans les colonnes voisines.

a	$\mathbf{9 + a}$	$\mathbf{18 + a}$
5	**14**	23
$\mathbf{10 - a}$	$\mathbf{19 - a}$	$\mathbf{28 - a}$

3. En appliquant le même principe, on obtient des équations, comme par exemple :

$$14 - x = 2y - 20 \text{ et } 9 + y = 20 + x.$$

Cela amène à $\mathbf{x = 4}$ et $\mathbf{y = 15}$**,** condition que l'on peut vérifier pour toute la grille.

Exercice 2 : une spirale

1. Le rayon d'un des quarts de cercles est la somme des rayons des deux quarts de cercles qui le précèdent. Le rayon du sixième quart de cercle est **8**, celui du septième est **13**.
Le dixième a un rayon égal à **55 (**il est égal à la somme des huitième et neuvième soit 21 + 34)

2. Le rayon du dix-septième est 610 + 987 soit **1 597**.

3. Le rayon du vingtième quart de cercle est **6 765**.

Exercice 3 : billes en sacs

1. Avec 25 billes dans un sac, 16 billes dans un autre, plusieurs démarches sont possibles pour vider simultanément les deux sacs, par exemple :
On peut enlever 1 bille (ou un nombre identique de billes) dans chaque sac plusieurs fois jusqu'à arriver à 18 billes dans l'un et 9 billes dans l'autre. On double le nombre de billes dans ce dernier pour avoir 18 billes dans chaque sac. On ôte les 18 billes dans chaque sac.

2. Avec deux billes dans un sac et une bille dans l'autre, il n'est pas possible de vider simultanément les deux sacs. Après plusieurs essais, on se retrouve dans une position symétrique du départ soit une bille dans le premier sac et deux billes dans l'autre sac.

Exercice 4 : des triangles et des nombres

1. En appliquant le théorème de Pythagore dans les deux triangles ACH et CHB, rectangle en H, on obtient : $CH^2 = AC^2 - AH^2$ et $CH^2 = BC^2 - BH^2$.
puis en décomposant AH en AB – HB, après calculs on obtient AH = 5 puis BH = 9 et enfin CH = 12.

2. Par un raisonnement identique, on obtient AJ = 11,2 et BK = $\frac{168}{13}$.

On peut également utiliser différents calculs de l'aire du triangle ABC qui (au coefficient 2 près) donne : $CH \times AB = AJ \times BC = BK \times AC$.

3. Ce qui permet de voir que pour avoir des entiers : 112 dixièmes on peut multiplier par 5, et par 13 pour BK, donc en multipliant par 65 on obtient des entiers.