

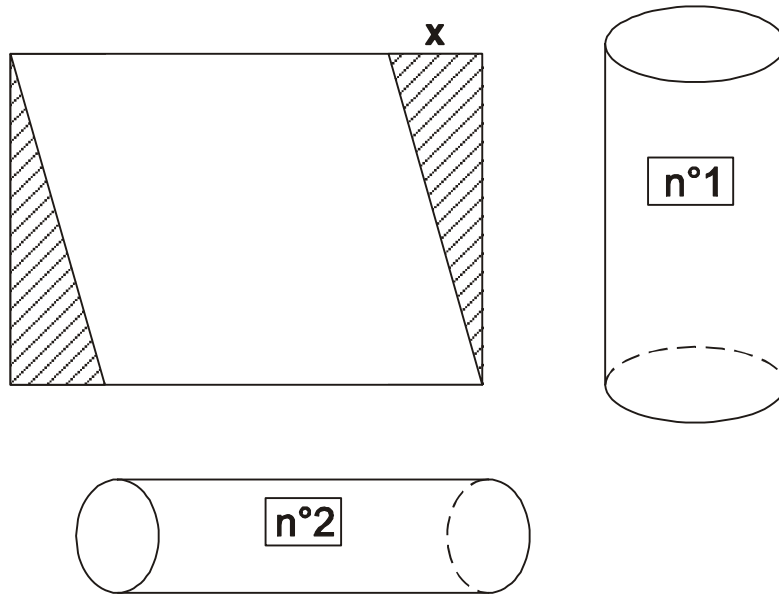


## Exercice 2 : les cylindres en papier

1. On prend une feuille de papier de 21 cm de large et 29,7 cm de long (le format A4). On forme un cylindre en roulant la feuille de papier et en faisant coïncider deux bords opposés. En faisant de même avec les deux autres bords opposés, on obtient un autre cylindre.

Les deux cylindres ont-ils même volume ?

2. Dans une feuille de papier de format A4, on enlève deux triangles de mêmes dimensions selon la figure ci-dessous :



Si on roule la feuille restante bord à bord, on obtient un premier cylindre (n°1). Si on la roule en faisant coïncider les autres bords opposés, on obtient un second cylindre (n°2).

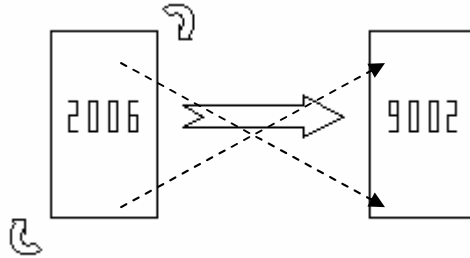
Trouver la ou les valeurs de  $x$  (en cm) pour que les deux cylindres ainsi obtenus aient le même volume.

### Exercice 3

Les nombres entiers naturels sont formés à partir des dix chiffres suivants obtenus par combinaison de sept segments, conformément à l'affichage digital usuel :

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

On écrit un nombre entier, noté  $a$ , sur une feuille. On fait pivoter la feuille de telle sorte que le haut et le bas de la feuille s'échangent, comme l'illustre le schéma suivant



Si sur la feuille ainsi pivotée on peut lire de nouveau un nombre entier noté  $b$ , alors le nombre  $a$  écrit initialement sur la feuille est dit « pivotable », et le nombre  $b$  est dit « pivoté » de  $a$ .

Par exemple :

90	est pivotable et son pivoté est	06	
57	n'est pas pivotable car	LS	n'est pas l'écriture d'un entier.
2006	est pivotable et son pivoté est	9002	

Quel est le 2006<sup>ème</sup> nombre entier pivotable ?

### Exercice 4

Soit  $n$  un entier naturel non nul. On considère la fonction  $f_n$  définie sur  $\mathbb{R}^*$  par :

$$f_n(x) = \frac{x + x^2 + \dots + x^n}{\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \dots + \frac{1}{x^n}}$$

1. Calculer  $f_2(2)$ ,  $f_3(2)$ ,  $f_4(3)$ . On cherchera à donner le résultat sous la forme d'une puissance d'un nombre entier le plus petit possible.
2. Donner la valeur exacte de  $f_{2005}(2006)$ .