Quelques algorithmes pour explorer les langages

a) Équations

Algorithme 1 : Premier degré
Écrire un algorithme qui affiche l'ensemble des solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation du premier degré $ax + b = 0$.

Algorithme 2 : Second degré
Programmer l'algorithme suivant :

Résolution dans $\mathbb{R}$ de l'équation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$.
On appelle le discriminant de cette équation le nombre $\Delta = b^2 - 4ac$:

- Si $\Delta > 0$, l'équation admet deux solutions réelles distinctes :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, l'équation admet une solution réelle double : $x_0 = -\dfrac{b}{2a}$
- Si $\Delta < 0$, l'équation n'admet pas de solution réelle.

b) Fonctions

Algorithme 3 : Balayage d'une fonction
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 5x + 7$
Écrire un algorithme permettant d'afficher les valeurs de $f(x)$ pour x allant de 0 à 10 par valeurs entières.

Algorithme 4 : Dichotomie
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 4x^2 + 8x - 7$
Déterminer, par dichotomie, une valeur approchée de la solution de l'équation $f(x) = 0$ sur l'intervalle $[1; 2]$, avec une précision d'au moins 10^{-2}.

Algorithme 5 : Méthode d'Euler
f est une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que : $\begin{cases} f(0) = 1 \\ \text{pour tout } a \in \mathbb{R},\ f'(a) = 4 - 2a \end{cases}$
En utilisant l'approximation affine $f(a+h) \approx f(a) + h \times f'(a)$, écrire un algorithme calculant successivement des valeurs approchées de $f(0,5)$, $f(1)$, $f(1,5)$, ..., $f(4)$.
Modifier l'algorithme pour utiliser un pas de $0,1$.
Modifier l'algorithme pour utiliser un pas quelconque (entré par l'utilisateur).

c) Suites

Algorithme 6 : Grains de riz sur un échiquier
On remplit un échiquier (64 cases) de grains de riz en posant :

- sur la première case : 1 grain de riz ;
- sur la deuxième case : le double, soit 2 grains de riz ;
- sur la troisième case : le double, soit 4 grains de riz ;
- et ainsi de suite, jusqu'à ce que les 64 cases soient remplies.

Combien de grains de riz sont nécessaires ?

Algorithme 7 : Babylone

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{2}\left(u_n + \dfrac{2}{u_n}\right) \end{cases}$

Écrire un algorithme, puis le modifier, pour calculer (en valeur approchée) :

a) les dix premiers termes de la suite (u_n)

b) les premiers termes de la suite (u_n), jusqu'à obtenir 6 décimales correctes de $\sqrt{2}$

d) Probabilités, statistiques

Algorithme 8 : Tirage aléatoire
On lance deux dés à 6 faces, et on additionne les valeurs lues sur les deux dés.
Quel résultat a-t-on le plus de chance d'obtenir ?

Algorithme 9 : Statistiques
(Source : *L'induction statistique au lycée*, Philippe Dutarte, IREM Paris-Nord, éditions Didier 2005.)
L'université de Montréal a mené, en 2002, une étude sur l'influence des pesticides sur la proportion de garçons et de filles à la naissance. Cette étude a été menée dans la ville d'Ufa (fédération de Russie) auprès de personnes ayant été exposées à des pesticides contenant de la dioxine : on a observé chez ces personnes la naissance de 91 garçons et 136 filles.
Écrire un algorithme permettant de simuler 227 naissances aléatoires de garçons et de filles. Remarque : statistiquement, la probabilité pour un nouveau-né d'être un garçon est $p \approx 0,512$.
Modifier l'algorithme pour produire 1000 simulations. La proportion observée dans la ville d'Ufa vous semble-t-elle due au hasard ?