Stage sur site lycée Fresnel
Géométrie

Avril 2013

I. Entrée, traitement, sortie : connaître son cours

Parallélogramme

Entrée : les coordonnées de trois points A, B, C dans un repère.
Sortie : les coordonnées de D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.
Variante : créer un « outil » sous GeoGebra permettant la construction de D.

Produit scalaire

Entrée : les coordonnées de deux vecteurs dans un repère orthonormé.
Sortie : le produit scalaire de ces deux vecteurs.
Variantes : calcul de la norme des deux vecteurs ; mesure de l'angle, en radians, entre les deux vecteurs.

Nombres complexes

Entrée : les affixes de deux nombres complexes, sous forme algébrique.
Sortie : le produit des deux nombres, leurs modules, leur quotient... sous forme algébrique.

II. Si ... alors ... sinon ...

Un problème de parallélisme

Dans un repère orthonormé (O, I, J), on donne les points $A(8; 0)$, $B(8; 6)$ et $C(0; 6)$, qui forment avec O le rectangle $OABC$.

1. Justifier que le centre du rectangle est le point $K(4; 3)$.
2. Soit le point $G(4; 5)$ et soit d la droite d'équation $y = 3$. La droite (BG) coupe d en H.
   a) Déterminer une équation de la droite (BG).
   b) En déduire les coordonnées de H.
3. *Étude d'un algorithme*
   a) Lister les variables utilisées par l'algorithme ci-contre.
   b) Qu'affiche cet algorithme si on le fait fonctionner avec les points H et A ? que représente ce nombre ?
4. Que peut-on dire des droites (AH) et $CG)$? Justifier.
5. Recopier et modifier / compléter l'algorithme ci-contre de sorte que :
   - l'utilisateur entre les coordonnées de quatre points M, N, K, L ;
   - l'algorithme se termine par l'affichage d'un des deux messages :
     « les droites (MN) et (KL) sont parallèles » ou
     « les droites (MN) et (KL) sont sécantes ».

```
VARIABLES
...
DEBUT_ALGORITHME

  L'utilisateur entre les coordonnées d'un
  point M.
  L'utilisateur entre les coordonnées d'un
  point N.
  a prend la valeur (yM - yN)/(xM - xN).
  Afficher a.
FIN_ALGORITHME
```

Variantes possibles
– Colinéarité de vecteurs.
– Avec un programme sous XCAS : travailler avec les nombres complexes et le rapport $\dfrac{z_M - z_N}{z_K - z_L}$.

III. Boucles

Spirale et nombres complexes

Modifier l'énoncé ci-dessous de manière à y introduire un ou des algorithmes.
Un bon outil pour explorer ce problème est XCAS.

Bac S, Pondichéry 2006

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On prendra pour unité graphique 5 cm. On pose $z_0 = 2$ et, pour tout entier naturel n, $z_{n+1} = \dfrac{1+i}{2} z_n$. On note A_n le point du plan d'affixe z_n.

1. Calculer z_1, z_2, z_3, z_4 et vérifier que z_4 est un nombre réel. Placer les points A_0, A_1, A_2, A_3 et A_4 sur une figure.
2. Pour tout entier naturel n, on pose $u_n = |z_n|$.

   Justifier que la suite (u_n) est une suite géométrique puis établir que, pour tout entier naturel n : $u_n = 2\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)^n$.
3. A partir de quel rang n_0 tous les points A_n appartiennent-ils au disque de centre O et de rayon 0,1 ?
4. a) Etablir que, pour tout entier naturel n, $\dfrac{z_{n+1} - z_n}{z_{n+1}} = i$. En déduire la nature du triangle OA_nA_{n+1}.

   b) Pour tout entier naturel n, on note ℓ_n la longueur de la ligne brisée $A_0A_1A_2 \ldots A_{n-1}A_n$.
   On a ainsi : $\ell_n = A_0A_1 + A_1A_2 + \ldots + A_{n-1}A_n$.
   Exprimer ℓ_n, en fonction de n. Quelle est la limite de la suite (ℓ_n) ?