



# OLYMPIADES ACADÉMIQUES DE MATHÉMATIQUES

Classes de quatrième

Concours 2008



Jeudi 3 Avril 2008

Durée de l'épreuve : 2 heures.  
Les calculatrices sont autorisées.

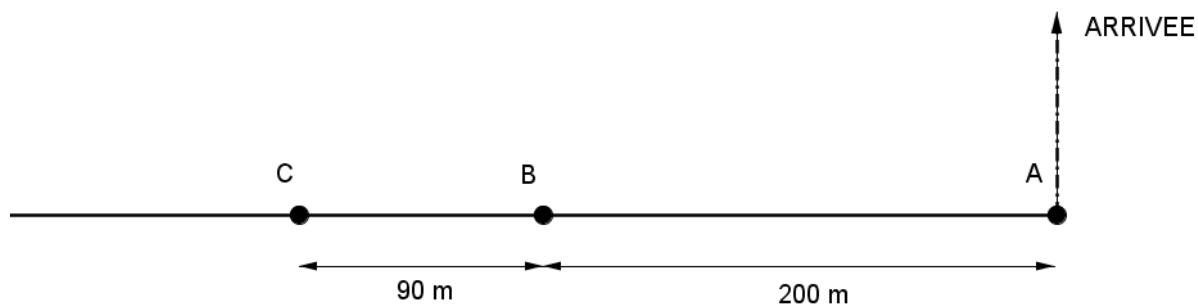


Les quatre exercices sont à traiter. Les candidats sont invités à faire figurer sur les copies les résultats, même partiels, auxquels ils sont parvenus, et les idées qui leur sont venues.

## Exercice numéro 1

### Ils courent, ils courent...

Dans une course de 2 000 m, A finit 200 m avant B et 290 m avant C. Si B et C continuent à la même vitesse, où sera C quand B passera la ligne d'arrivée ?



## Exercice numéro 2

### La bonne mesure

Soit ABC un triangle rectangle en A. Les bissectrices de ce triangle issues de B et C coupent respectivement [AC] en P et [AB] en Q. Les perpendiculaires abaissées de P et Q sur [BC] coupent [BC] respectivement en M et N. Quelle est la mesure de l'angle  $\widehat{MAN}$  ?

### Exercice numéro 3

#### Le bon motif

Si on effectue le quotient de 1 par certains entiers, on fait apparaître des suites de décimales dans lesquels des motifs se répètent. Par exemple :

$$\frac{1}{3} = 0,3333\dots \text{ (le motif 3 se répète),}$$

$$\frac{1}{7} = 0,142857\ 142857\ 142857\dots \text{ (le motif 142857 se répète)}$$

$$\frac{1}{37} = 0,027\ 027\ 027\dots \text{ (le motif 027 se répète)}$$

1. Ces motifs sont plus ou moins longs. Quel motif obtient-on pour  $\frac{1}{41}$  ? pour  $\frac{1}{13}$  ?
2. Le motif obtenu pour le nombre  $\frac{1}{97}$  possède 96 chiffres ; on ne demande pas de le calculer. Ce motif commence par 01030927.... Quels sont ses trois derniers chiffres ?

### Exercice numéro 4

#### Et à la fin, que reste-t-il ?

On écrit la liste des cent nombres :  $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{98}, \frac{1}{99}, \frac{1}{100}$ , à laquelle on applique le procédé suivant : on choisit des nombres  $a$  et  $b$  dans la liste et on les remplace par le seul  $a + b + ab$ , puis on continue de même. À chaque étape, l'effectif perd une unité. À la fin, on ne peut plus continuer, il n'y a qu'un nombre.

1. Si on procède systématiquement et en commençant par la gauche :
  - a. Quelle liste obtient-on après la première étape ? Après la deuxième ?
  - b. Quel nombre obtient-on après les 99 étapes ?
2. Et si on commence par la droite ?
3. Si on procède au hasard, quels résultats peut-on obtenir ?