



MINISTÈRE DE
L'ÉDUCATION NATIONALE

MINISTÈRE DE
L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE



Olympiades académiques de mathématiques

Classes de quatrième

Concours René Merckhoffer

Jeudi 3 avril 2014

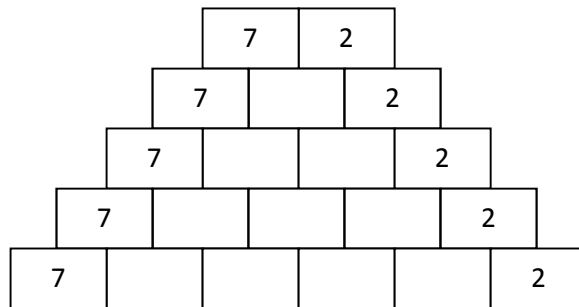
Durée de l'épreuve : 2 heures.
Les calculatrices sont autorisées.

Les quatre exercices sont à traiter. Les candidats sont invités à faire figurer sur les copies les résultats, même partiels, auxquels ils sont parvenus, et les idées qui leur sont venues.

Exercice 1 : des pyramides de Pascale

On appelle pyramide de Pascale un empilement de cases complétées de la manière suivante :

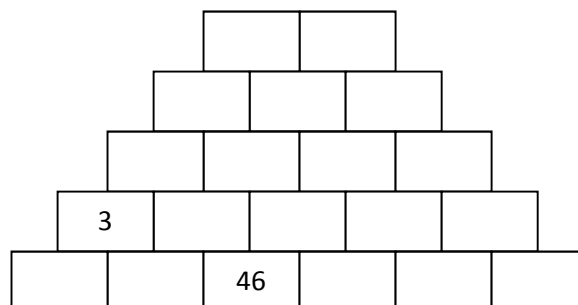
- on choisit deux nombres entiers positifs m et n ;
- le premier nombre de chaque ligne est égal à m (dans l'exemple ci-dessous $m = 7$) ;
- le dernier nombre de chaque ligne est égal à n (dans l'exemple ci-dessous $n = 2$) ;
- un nombre inscrit dans une case est égal à la somme des nombres inscrits dans les deux cases situées juste au-dessus.



Exemple de pyramide de Pascale avec $m = 7$ et $n = 2$.

On n'a représenté ici que les cinq premières lignes.

- Reproduire et compléter l'exemple de pyramide de Pascale ci-dessus.
 - Pour chaque ligne, calculer la somme des nombres figurant sur celle-ci.
Que remarque-t-on ?
- Si l'on considère la pyramide de Pascale associée aux nombres entiers $m = 1$ et $n = 1$, sur quelle ligne la somme des nombres sera-t-elle égale à 1024 ?
- Prouver que, pour des nombres entiers m et n quelconques, la somme des nombres de la quatrième ligne est égale au double de la somme des nombres de la troisième ligne.
- Compléter la pyramide de Pascale ci-dessous.



Exercice 2 : la frise

Christophe a découpé quarante formes identiques à celle représentée ci-dessous (*figure 1*).

Il a commencé à les assembler en une frise régulière (*figure 2*).

Lorsqu'il aura fini de poser la quarantième forme, quel sera le périmètre de la frise ainsi créée ?

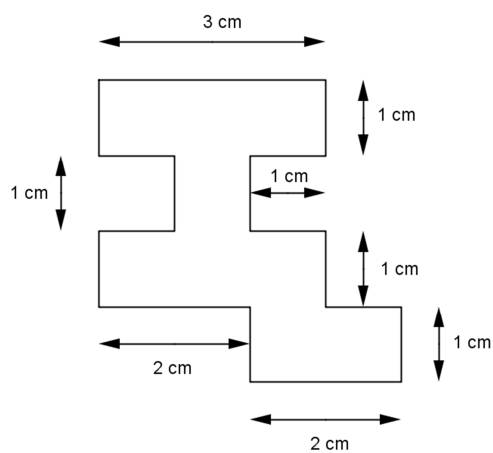


Figure 1

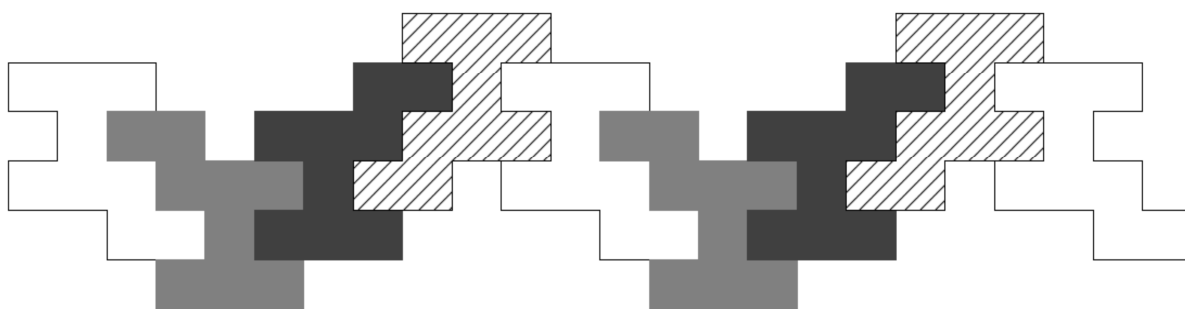


Figure 2

Exercice 3 : le tableau

On considère le tableau ci-dessous dont seulement quelques lignes – les premières – sont ici présentées, et certaines remplies.

A	B	C	D	E
	1	4	7	
22	19	16	13	10
	25	28	31	
46	43	40	37	34
	49	
...

Expliquer pourquoi le nombre 2 014 figure dans ce tableau.
Déterminer la ligne et la colonne du tableau correspondant.

Exercice 4 : d'une distance à l'autre

On considère deux points A et B tels que : $AB = 10$.

Sur le segment $[AB]$, on place le point C tel que : $AC = 6$ (et par conséquent : $CB = 4$).

D'un même côté de la droite (AB) , on place les points D et E tels que : $DC = DB = 3$, $EA = 8$ et $EC = 6$.

Calculer la distance DE.